

文章编号 1004-924X(2007)02-0173-07

利用 Zernike 多项式分析超薄镜热变形

解 滨,肖志宏,余景池

(苏州大学 江苏省现代光学技术重点实验室,江苏 苏州 215006)

摘要:利用圆域上正交基-Zernike 多项式拟合镜面温度场,将温度场转化为较有意义的模式,采用有限元方法进行了热变形的计算,其中针对空间大口径超薄镜面建立镜面模型,且暂不考虑重力,另外因超薄镜厚度很小,也不考虑轴向温度梯度的影响。通过计算利用 Zernike 多项式得到温度场产生的热变形,得到了不同温度模式产生的不同像差形式:即对于不同的温度场模式—温度整体变化(平移),一端凉且一端热(倾斜),中心与边缘温度不同(离焦热模式),以及像散热模式,彗差热模式,球差热模式导致的热变形分别主要表现为像差离焦,倾斜,离焦,倾斜,倾斜,球差。不同热模式在相同温差下产生的变形有数量级的差别,能够产生较大变形量的温度模式有离焦,彗差和球差,这意味着超薄镜对这些温度场比较敏感。计算和总结表明,利用 Zernike 多项式分解温度场,可以对热变形规律进行有效的分析,解决了镜面温度分布随时间变化使得热分析较为不准确的困难。

关键词:热变形;Zernike 多项式;超薄镜;有限元法

中图分类号:TH703 **文献标识码:**A

Analyzing thermal deformation of ultra-thin mirror using Zernike polynomials

XIE Bin, XIAO Zhi-hong, YU Jing-chi

(*Jiangsu Province Key Laboratory of Modern Optical Technology, Soochow University, Suzhou 215006, China*)

Abstract: Thermal deformation plays an important role in large diameter optics system with ultra-thin mirror. For analysing the specific and quantitative thermal deformation of ultra-thin mirror, a simulating method of temperature distribution by Zernike polynomials is presented. The temperature is spreaded to different thermal modes having their own meanings in thermal field. For example, the tilt thermal mode means that temperature is high in one end and low on the other end. Summing thermal deformation introduced by different thermal modes to get overall deformation based on two rules is as follows: firstly, temperature is scalar and could be summed after divided. Secondly, every thermal mode introduces small deformation which could be simply added. Considering the relative difficult of theoretical analysis in elasticity, finite element method is used. Mirror model is established for large and thin systems in space without gravity and thermal gradient along radius. The fixed point locates in the center of mirror. To demonstrate this method, some geometric parameters are used from NGST

收稿日期:2006-06-12;修订日期:2006-12-24.

基金项目:江苏省教育厅自然科学基金(No. 05KJA4003)

(next generation space telescope). And finally, calculation reveals that different thermal modes introduces different types of surface errors: thermal modes of piston, tilt, focus, astigmatism, coma, spherical, mainly create figure errors of focus, tilt, focus, tilt, tilt, spherical, respectively. Also, thermal deformations could be much different: focus, coma and spherical thermal mode create relative large deformation, which means mirror is sensitive to these kinds of thermal modes. With the same 2 K temperature difference across whole mirror surface, thermal mode introducing larger thermal deformation is coma ($56 \mu\text{m PV}$), spherical & focus ($18 \mu\text{m PV}$) and focus ($19 \mu\text{m PV}$). In contrast, tilt thermal mode and coma thermal mode can create figure errors no more than $0.07 \mu\text{m PV}$ which almost have no effects on mirror function. Also, to find which kind of thermal mode is more possible, the environment should be put into consideration. Using Zernike polynomials to simulate mirror temperature distribution can give some meaningful findings and is proved to be useful for analysis of ultra-thin mirror.

Key words: thermal deformation; Zernike polynomial; thin mirror; finite element method

1 引言

空间光学系统对有效载荷的重量和体积提出了苛刻的要求,在各种需求的推动下,反射镜的面密度在不断下降^[1],为了解决由于镜体刚度下降带来的易变形问题,加入了面形促动器进行主动面形校正,这种采用主动光学技术的薄镜是目前光学加工领域的研究热点。合理确定促动器的分布及性能对光学系统的性能起着决定性作用^[2],其中如何校正温度变化导致的面形误差是促动器参数设计需要考虑的重要内容,因此进行热变形分析,通过分析温度分布带来的变形,为设计此类光学系统提供技术参考,对确定面形误差校正方法具有重要的指导意义。

由于光学系统口径较大,如美国 JWST^[3], NGST^[4],其在镜面尤其是主镜上存在着较大温差,总体来讲,这种温差可以分为两大类:

(1)轴向温度梯度分布。由于超薄镜口径较大,采用主动热控的可能性很小,因此国外大口径分块镜如 NGST 和 JWST^[5]等空间望远镜均采用遮光罩保持镜面温度的相对稳定。考虑到超薄镜的厚度常常仅有几毫米^[4],温度梯度较小,而且遮光照系统的使用又进一步降低了温度梯度,因此本文暂不讨论其引起的面形误差;

(2)径向温度分布。由于超薄镜口径很大,即使分块后主镜的尺寸也可以达到 1 m 量级,因此镜面上必然存在相当的温差,这种温度分布带来的变形是本文讨论的重点;

(3)整体温度变化。对于空间光学系统,环境的变化总是影响到光学系统的整体温度。这种温度变化导致的变形较为简单,主要表现为曲率半径的变化,可以将这种情况归入第二类。

2 利用 Zernike 多项式对温度场展开

镜面上的温度分布虽难以预测,但依据经验却发现,温度场的分布并不是完全杂乱无章,常常可以见到镜面半边凉半边热或是中心热周围凉的情况,这与 Zernike 多项式所表现的像差有一定的类似,因此提示我们采用圆域多项式对镜面温度场分布进行展开。这有利于对温度场进行分解后进行针对性的分析,求解完成后,将热变形进行叠加,得到具体的计算结果。可以将各温度场产生的变形进行叠加的理由有两点:

(1)温度场是标量场,可以分解后再进行叠加;

(2)每种温度引起的变形量无论是其绝对量还是与其厚度相比都是小量,这表明叠加温度变形引起的误差极小,类似于变形的小挠度问题。

通过分析有限的温度模式,利用 Zernike 多项式建立温度场分解的正交基,就可以对各种变化的温度场进行模拟、分解和计算;如果先针对这些有限的热模式编写有限个数的计算函数(本文采用利用有限元二次开发方法),然后叠加得到变形情况,就可以简化分析过程。整个思路如图 1 所示:

通过上述过程,可以有效地完成各种温度分布下的热变形计算,分析镜子参数与温度变化的

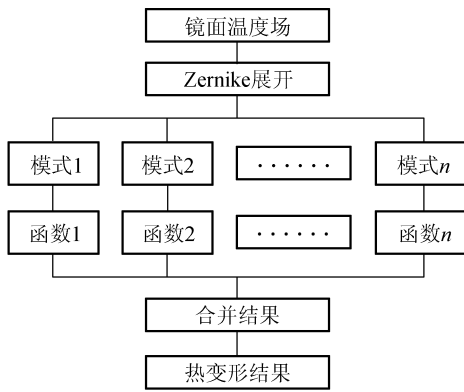


图 1 Zernike 展开计算热变形示意图

Fig. 1 Analyzing thermal deformation using Zernike polynomials

关系,便于理解温度分布对镜面变形的影响。影响这种分析方法计算精度的是正交基的选择。Zernike 多项式在光学上可以展开为熟悉的离焦、像散和球差等像差,一般常采用前九项,一方面它们具有明确的意义,另一方面高次项数值较小,残余误差较小。因此对温度场进行 Zernike 展开,为简便起见也采用前九项,而且由于不采用主动热控,也不会存在较大的高频误差,九项多项式有足够的精度。

表 1 Zernike 系数在光学和温度分布中的意义

Tab. 1 Comparison about meanings of Zernike polynomials used in optics and temperature distribution

Term	Polynomial	Meaning in optics	Meaning in thermal
0	1	Piston	Base temperature difference
1	$\rho \cos \phi$	X Tilt	Hot in one side and cool in the other side
2	$\rho \sin \phi$	Y Tilt	Cool in center and hot outside
3	$2\rho^2 - 1$	Focus	
		Astigm.	Astigm.
4	$\rho^2 \cos 2\phi$	0 or 90	Thermal mode
5	$\rho^2 \sin 2\phi$	Astigm. ± 45	
6	$(3\rho^2 - 2)\rho \cos \phi$	X Coma and Tilt	X Coma thermal mode
7	$(3\rho^2 - 2)\rho \sin \phi$	Y Coma and Tilt	Y Coma thermal mode
8	$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$	Spherical and Focus	Spherical thermal mode

对比 Zernike 系数在光学中的意义,温度的各种模式也具有各自的含义,如表 1 所示:

由于 Tilt, Astigmatism 和 Coma and Tilt 存在两个方向,但本质相同,因此只考虑一个方向。

3 有限元分析各种热模式的变形量及其计算结果

3.1 超薄镜有限元模型

得到超薄镜的热变形理论结果,需要联立数目较多的偏微分方程,解析解难度较大,因此采用有限元方法^[6-8]。

超薄镜模型是针对空间环境建立的,不考虑重力。由于仅考虑温差引起的热变形,并据此提出对促动器的面形误差校正要求,暂不考虑镜体机械结构引起的约束,而且根据 NGST 的设计,也尽量避免约束引起的应力而导致较大的变形。坐标原点位于镜体中心。

超薄镜具有一定厚度,建模可以采用体单元,但由于其口径与厚度的尺寸相差很大,网格划分后的体单元数量非常多,为了保持单元形状合理,需要数万个单元,计算速度非常慢。按照薄壳理论,如果厚度远小于其口径,变形量远小于其厚度,则可以看作是薄壳。采用壳体模型可以大大减小单元数目,提高计算速度。通过对照 Piston 热模式引起的变形情况的理论和有限元结果,利用壳单元计算超薄镜热变形误差很小。

为了使计算结果具有适用性,计算中采用的参数借鉴了美国的 NGST(见表 2)。

表 2 有限元计算中采用的镜面参数

Tab. 2 Parameters used in finite element analysis

Radius	Diameter	Temperature difference	thickness	Young's module
10 m	2 m	2 K	4 mm	1 GPa

考虑到光学系统所处的地面和空间环境温度相差较大,在 Piston 热模式变形计算中温差为 20 K,其它热模式温差为 2 K。另外热膨胀系数为 $1e-6$ 。

3.2 Piston 热模式

Piston 热模式是温度的整体变化,其引起的变形如图 2 所示:

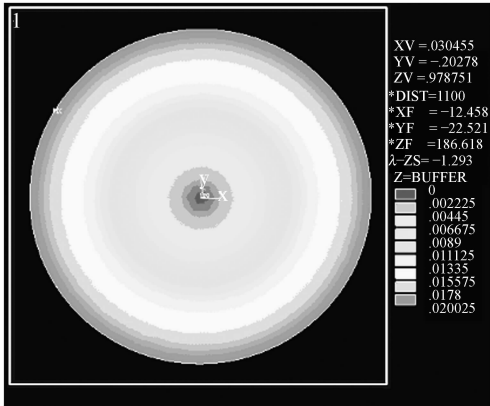


图 2 Piston 热模式引起的变形

Fig. 2 Thermal deformation introduced by Piston thermal mode

为了更准确说明 Piston 热模式引起的变形量,利用 Zernike 多项式说明该热模式引起的主要面形误差,经计算,前九项的系数如表 3。

表 3 Piston 热模式热变形的 Zernike 展开系数

Tab. 3 Zernike coefficients of thermal deformation introduced by Piston thermal mode

Piston	X Tilt	Y Tilt	Focus	Astigm. (0 or 90)
0.499 8	0.002 1	-0.000 1	0.499 9	-0.001 1
Astigm. (45)	X Coma and Tilt	Y Coma and Tilt	Spherical and Focus	
0.000 2	0.001 2	-0.000 0	-0.001 1	

可以看到,Piston 热模式引起的面形误差主要为第四项即曲率半径误差量,这与 Piston 热模式的理论结果一致。

3.3 Tilt 热模式

Tilt 热模式是冷热两端不均,其引起的热变形如图 3 所示:

Tilt 热模式是温度一端温度高,一端温度低的分布状态。

将面形误差展开为 Zernike 多项式后,系数如表 4。

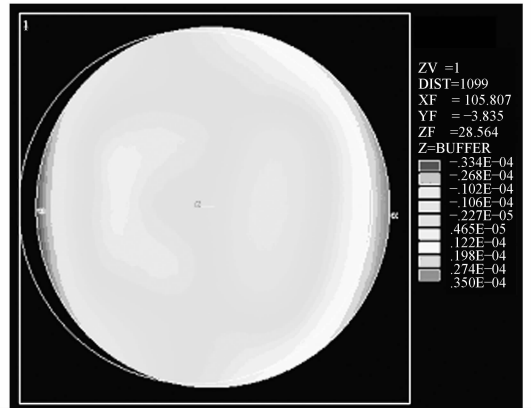


图 3 Tilt 热模式引起的变形

Fig. 3 Deformation introduced by Tilt thermal mode

表 4 Tilt 热模式热变形的 Zernike 展开系数

Tab. 4 Zernike coefficients of thermal deformation introduced by Tilt thermal mode

Piston	X Tilt	Y Tilt	Focus	Astigm. (0 or 90)
0.002 8	-0.004 6	-0.000 1	-0.000 3	0.002 3
Astigm. (45)	X Coma and Tilt	Y Coma and Tilt	Spherical and Focus	
-0.000 6	0.002 9	0.000 9	-0.000 6	

可以看到,Tilt 热模式引起的面形误差最主要的仍为倾斜,但其它模式像差也占有一定的比重,如像散和彗差。同时,可以看到各项系数普遍较小,因此 Tilt 热模式引起的变形较小。

3.4 Focus 热模式

Focus 热模式是中心与边缘冷热不均,其引起的热变形如图 4 所示:

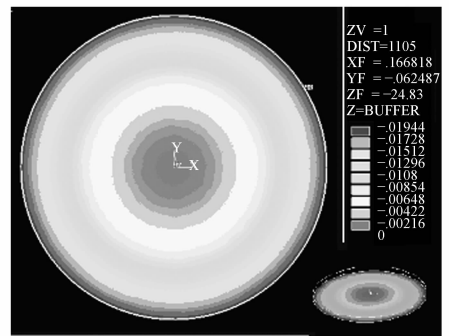


图 4 Focus 热模式引起的变形

Fig. 4 Thermal deformation introduced by Focus thermal mode

将面形误差进行 Zernike 展开后,前九项系数如表 5:

表 5 Focus 热模式热变形的 Zernike 展开系数

Tab. 5 Zernike coefficients of thermal deformation introduced by Focus mode

Piston	X Tilt	Y Tilt	Focus	Astigm (0 or 90)
-9.995 3	0.037 9	0.003 1	-9.829 9	-0.013 6
Astigm (45)	X Coma and Tilt	Y Coma and Tilt	Spherical and Focus	
-0.002 2	-0.058 1	-0.004 2	0.312 4	

Focus 热模式引起的面形误差主要是曲率半径误差。

3.5 Astigmatism 热模式

Astigmatism 热模式是热在两个垂直方向温度不均,其引起的热变形如图 5 所示:

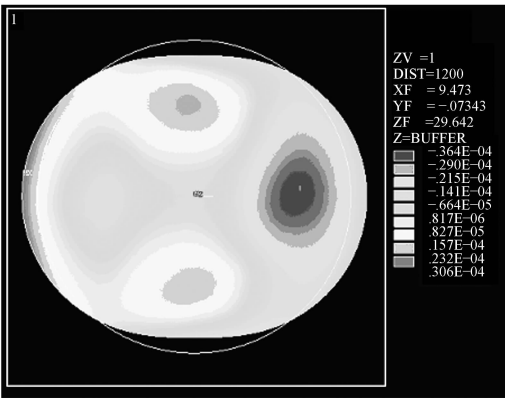


图 5 Astigmatism 热模式引起的变形

Fig. 5 Thermal deformation introduced by Astigmatism thermal mode

变形成量展开后前九项系数见表 6:

表 6 Astigmatism 热模式热变形的 Zernike 展开系数

Tab. 6 Zernike coefficients of thermal deformation introduced by Astigmatism thermal mode

Piston	X Tilt	Y Tilt	Focus	Astigm. (0 or 90)
0.25	0.007 6	0.001 7	-0.034 1	-0.021 8
Astigm (45)	X Coma and Tilt	Y Coma and Tilt	Spherical and Focus	
-0.004 5	0.066 5	0.001 6	-0.018 2	

Astigmatism 热模式引起的面形误差主要为彗差和倾斜。

3.6 Coma&Tilt 热模式

Coma&Tilt 热模式引起的热变形如图 6:

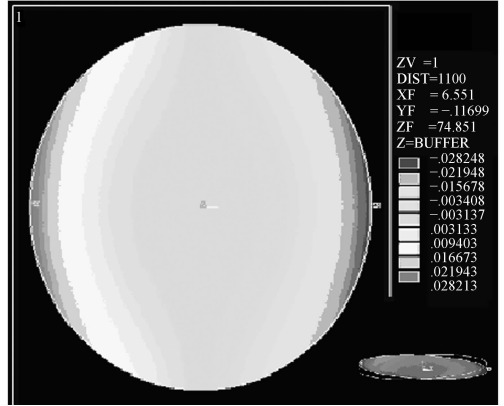


图 6 Com&Tilt 热模式引起的变形

Fig. 6 Thermal deformation introduced by Coma&Tilt thermal mode

图 6 右下角为热变形的侧面视图,可清晰看到有较大的倾斜误差,面形误差展开后得到表 7:

表 7 Coma&Tilt 热模式热变形的 Zernike 展开系数

Tab. 7 Zernike coefficients of thermal deformation introduced by Coma&Tilt thermal mode

Piston	X Tilt	Y Tilt	Focus	Astigm (0 or 90)
-4.308 1	11.016 9	0.774 6	-4.380 7	-7.115 11
Astigm (45)	X Coma and Tilt	Y Coma and Tilt	Spherical and Focus	
-2.162 6	3.022 0	0.801 7	-0.434 7	

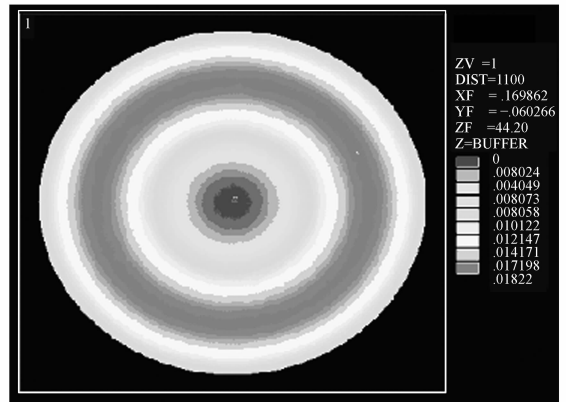


图 7 Spherical & Focus 热模式引起的变形

Fig. 7 Thermal deformation introduced by Spherical & Focus thermal mode

Coma 热模式引起的面形误差主要为倾斜,其次是像散和彗差。

3.7 Spherical & Focus 热模式

该热分布中心与边缘温差的不均,并有交替,其引起的热变形如图 7。将热变形误差 Zernike 展开后,前九项系数如表 8:

表 8 Spherical & Focus 热模式热变形的 Zernike 展开系数

Piston	X Tilt	Y Tilt	Focus	Astigm. (0 or 90)
12.888 5	0.224 5	0.030 8	2.999 9	-0.037 9
Astigm. (45)	X Coma and Tilt	Y Coma and Tilt	Spherical and Focus	
-0.025 9	-0.577 1	-0.022 2	-9.291 5	

由各项系数可以看到,Spherical & Focus 热模式引起的面形误差主要为 Spherical & Focus。

从 Zernike 系数可以看到,主要面形误差为第九项,考虑到 Focus 热模式引起的只要为 Focus 像差,分离后可知 Spherical 热模式主要引起 Spherical 像差。

3.8 超薄镜热变形对各种热模式的敏感性

根据前面热模式引起的变形数据,可以将各种热模式引起的轴向误差总结为表 9。

表 9 各种温度模式产生的热变形对比

Thermal mode	Axial deformation (PV)(μm)
Piston	1.003
Tilt	0.068
Focus	19.440
Astigm.	0.067
Coma	56.431
Spherical & Focus	18.220

参考文献:

- [1] KEITH K D, ERIC M F, JOHN M F, *et al.*. Actively controlled thin-shell space optics[J]. *SPIE*, 2003, 5054: 263-274.
- [2] 苏定强,崔向群.主动光学—新一代大望远镜关键技术[J]. *天文学进展*,1999,17(1): 1-14.
SU D Q, CUI X Q. Active optics:key technology of the new generation telescopes[J]. *Progress in Astronomy*, 1999, 17(1): 1-14. (in Chinese)
- [3] JOHN D J, JOSEPH M H, BARY E M, *et al.*. Integrated modeling activities for the James Webb Space Telescope: structural-thermal-optical analysis[J]. *SPIE*, 2004, 5487:600-610.

各种热模式引起的面形误差相差可达几个量级,热变形对 Focus、Coma 和 Spherical & Focus 热模式是敏感的,对这些热模式应该尤为注意。

另外还得到了不同热模式引起的热变形主要表现形式(见表 10)。

表 10 各热模式引起的主要面形误差

Thermal mode	Piston	Tilt	Focus
Main surface error	defocus	Tilt, Astigm and Coma	Defocus
Thermal mode	Astigm	Coma and Tilt	Spherical and Focus
Main surface error	Tilt,Coma	Tilt	Defocus, Spherical

这说明热变形还与温度的实际状态有较大的联系,因此还应该对系统所处的环境进行分析,获得其常见的和主要的温度分布形式。

5 结 论

为了能够对厚度很小的超薄镜在复杂温度环境下的受热变形状况进行分析,本文提出将温度场展开为不同的温度模式,从而便于探讨温度引起的热变形规律,便于超薄镜的设计。温度场利用常见的圆域正交基 Zernike 多项式展开。最终计算得到了超薄镜对某些热模式具有特别的敏感性,同时也得到了不同热模式会主要引起 1~2 种面形误差,这为超薄镜面形校正提供了参数,表明了该方法的有效性。

- [4] BURGE J H, CUERDEN B, ANGEL J R P. Active mirror technology for large space telescopes[J]. *SPIE*, 2000, 4013: 640-7648.
- [5] JOSEPH M H, KONG Q H. Optical modeling activities for the James Webb Space Telescope (JWST) project: II, Determining image motion and wavefront error over an extended field of view with a segmented optical system[J]. *SPIE*, 2004, 5487:850-858.
- [6] 吴清彬,陈时锦,董申. 参数化方法在轻质反射镜结构设计中的应用[J]. *光学精密工程*, 2003, 11(5): 466-471.
WU S B, CHEN S J, DONG S. Optimization of parameters structural design of lightweight reflector[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2003, 11(5):466-471. (in Chinese)
- [7] 单忠宝,武克用,卢曙. 结合有限元法的空间相机优化设计[J]. *光学精密工程*, 2002, 10(1):116-120.
SHAN Z B, WU K Y, LU E. Optimum design of space cameras based on finite element method[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002, 10(1): 116-120. (in Chinese)
- [8] 高明辉,杨近松,段英宏,等. 展开式单元镜支撑技术[J]. *光学精密工程*, 2004, 12(4):398-401.
GAO M H, YANG J S, DUAN Y H, *et al.*. Support technique of a deployable unit mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004, 12(4): 398-401. (in Chinese)

作者简介:解 滨(1977—),男,2004年4月至今在苏州大学教育部现代光学技术重点实验室工作,主要从事非球面加工和有限元分析工作。E-mail:thouandi@tom.com